



УТВЕРЖДАЮ

Директор ГБПОУ УМПК

С.Б. Баязитов

«*6*» *сентября* 2023 г.

**Диагностические материалы для проведения оценивания
профессиональных (предметных и методических)
компетенций педагогов
по учебному предмету «Математика»**

Уфа, 2023 г.

Спецификация диагностической работы для проведения оценки профессиональных компетенций педагогов по учебному предмету «Математика»

Назначение диагностической работы: диагностическая работа предназначена для оценки предметных и методических компетенций учителей, обеспечивающих предметные результаты освоения обучающимися основной образовательной программы основного общего и/или среднего общего образования по предмету «Математика»

Содержание диагностической работы определяют требования следующих нормативных правовых актов и иных документов:

– Приказ Министерства образования и науки РФ от 5 марта 2004 г. N 1089 "Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования";

– Приказ Министерства образования и науки РФ от 17 мая 2012 г. N 413 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования";

– Приказ Министерства образования и науки РФ от 17 декабря 2010 г. N 1897 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования";

– Примерная основная образовательная программа основного общего образования (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол от 08.04.2015 №1/15), в действующей редакции; <https://fgosteest.ru>;

Диагностическая работа позволяет:

– установить уровень владения учителем профессиональными компетенциями в процессе решения образовательных задач;

– выявить профессиональные дефициты учителя;

– определить образовательные потребности учителя.

Результаты диагностической работы могут быть использованы:

1. для построения индивидуальной траектории повышения квалификации;
2. разработки региональных систем оценки профессиональных компетенций учителей;
3. совершенствования системы аттестации педагогических работников.

Содержание заданий разработано по основным разделам учебного предмета (предметной области, курса) Математика:

Диагностические задания включают в себя две части:

1-часть – диагностика предметных компетенций,

2-я часть – диагностика методических компетенций.

Часть 1 содержит 15 заданий предметной направленности.

Содержание заданий разработано по основным темам учебного предмета «Математика», изучаемого в 5–11 классах, объединенных в тематические блоки:

1. «Числа и выражения»;
2. «Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика»;
3. «Функции»;
4. «Элементы теории множеств и математической логики»;
5. «Геометрия. Векторы и координаты на плоскости и в пространстве»;
6. «Текстовые задачи»;
7. «Элементы математического анализа»;
8. «Уравнения и неравенства»

Задания части 1 и 2 ориентированы на оценку владения педагогом следующими предметными знаниями и умениями:

1. По разделу «Числа и выражения»:

1.1. Знать и понимать:

Развитие представлений о числе и числовых системах.

Причины и основные идеи расширения числовых множеств.

Содержание понятий:

- натуральное число и множество натуральных чисел,
- целое число и множество целых чисел,
- обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число,
- рациональное число и множество рациональных чисел,
- иррациональное число, корень степени n ,
- действительное число и множество действительных чисел,
- комплексное число и множество комплексных чисел.

1.2. Уметь:

- оперировать числовыми множествами при решении задач;
- использовать основные понятия теории делимости при решении задач;
- применять геометрическую интерпретацию натуральных, целых, рациональных и

действительных чисел;

- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;
- сравнивать действительные числа разными способами;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
- выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений;

1.3. Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов
- методы записи, сравнения и округления числовых данных реальных величин с использованием разных систем измерения.

2. По разделу «Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика»

2.1. Знать и понимать:

Содержание понятий:

- дискретная и непрерывная случайная величина и ее распределение;
- независимость случайных величин;
- математическое ожидание и дисперсия случайных величин;
- коэффициент корреляции и линейной регрессии;
- статистическая гипотеза и проверка статистической гипотезы;
- нормальное распределение случайной величины;
- связь между эмпирическим и теоретическим распределением;
- закон больших чисел и выборочный метод измерения вероятностей;
- условная вероятность и полная вероятность;
- комбинаторики (факториал числа, размещения, перестановки, сочетания, бином Ньютона);
- теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе);

2.2. Уметь:

- применять условную вероятность и полную вероятность в решении задач;

- применять понятия комбинаторики при решении задач;
- применять понятия теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) при решении задач;
- осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;
- применять метод математической индукции;
- применять принцип Дирихле при решении задач;

2.3. Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- методы вычисления и оценивания вероятности событий в реальной жизни;
- методы представления и обработки данных;
- закон больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.

3. По разделу «Функции».

3.1. Знать и понимать:

Содержание понятий:

- зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции,
- график зависимости и график функции,
- нули функции, промежутки знакопостоянства,
- возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке,
- наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке,
- периодическая функция, период,
- четная и нечетная функции;
- прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;
- обратная функция;
- числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;
- выпуклость вверх и вниз, асимптоты графика функции

3.2. Уметь:

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
- строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);

- строить график степенной функции и применять ее свойства при решении задач;
- строить график показательной функции, экспоненты и применять их свойства при решении задач;
- строить график логарифмическая функция и применять ее свойства при решении задач;
- строить график тригонометрических и обратных тригонометрических функций и применять их свойства при решении задач;
- применять при решении задач свойства функций (четность, периодичность, ограниченность);
- осуществлять преобразования графиков функций;
- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий;
- решать уравнения и системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.
- применять асимптоты при решении задач;
- применять методы решения дифференциальных уравнений первого и второго порядков.

3.3. Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);
- интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.).

4. По разделу «Элементы теории множеств и математической логики»;

4.1. Знать и понимать:

Содержание понятий:

- конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств,
- числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- определение и теорема, виды определений и теорем;

4.2. Уметь:

- задавать множества перечислением и характеристическим свойством;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений;
- понимать суть косвенного доказательства;
- оперировать понятиями счетного и несчетного множества;
-
- применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств.

4.3. Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

- теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других предметных областей;
- выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений;

4.4. Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

- числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов
- методы записи, сравнения и округления числовых данных реальных величин с использованием разных систем измерения.

«Геометрия. Векторы и координаты на плоскости и в пространстве»

4.5. Знать и понимать:

Аксиоматический метод.

Содержание понятий:

- точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
- геометрическая фигура (треугольник, четырехугольник, многоугольник, окружность);
- равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;
- длина, площадь, объем;

- движения и преобразования подобия;
- вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;
- геометрические места точек в пространстве;
- многогранник (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);
- тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), конические сечения;
- движения в пространстве (параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой, винтовая симметрия);
- площадь ортогональной проекции;
- трехгранный и многогранный угол;
- преобразования подобия и гомотетии;
- теорема Эйлера, правильный многогранник;
- формула расстояния от точки до плоскости;
- теоремы об отношениях объемов.

4.6. Уметь:

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять теорему Фалеса и теорему о пропорциональных отрезках при решении задач;
- характеризовать взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей;
- применять теорему Пифагора, формулы площади, объема при решении задач;
- вычислять характеристики комбинаций фигур (окружностей и многоугольников), вычислять расстояния между фигурами, применять тригонометрические формулы для вычислений.
- проводить вычисления на основе равновеликости и равносоставленности;
- владеть приемами построения фигур с использованием движений и преобразований подобия;
- применять геометрические места точек в пространстве для решения задач;
- применять геометрические понятия при решении задач и проведении математических рассуждений;
- формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур;
- решать задачи на нахождение геометрических величин;
- делать (эпюры) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, строить сечения многогранников.

- выполнять действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число), вычислять скалярное произведение, определять в простейших случаях угол между векторами, выполнять разложение вектора на составляющие, применять полученные знания в физике, пользоваться формулой вычисления расстояния между точками по известным координатам, использовать уравнения фигур для решения задач;
- применять векторы и координаты для решения геометрических задач на вычисление длин, углов;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- формулировать свойства и признаки фигур;
- владеть разными способами задания прямой;
- применять при решении задач и доказательстве теорем координатно-векторный метод;
- применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;
- применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра;
- решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;
- применять координатно-векторный метод при решении задач

4.7. Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- составлять математические модели для решения задач практического характера

5. По разделу «Текстовые задачи»

5.1. Знать и понимать:

Модель текста и модель решения задачи.

Способы поиска решения задач от требования к условию и от условия к требованию.

Методы решения задач на движение двух объектов (в одном и в противоположных направлениях), на движение по реке, «на части», на смеси, сплавы, концентрации;

Методы решения задач на сложный процент и экономического содержания.

5.2. Уметь:

- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;
- решать логические задачи разными способами;
- применять методы (арифметический, алгебраический, перебор вариантов, геометрический, графический);
- переводить информацию из одной формы записи в другую, используя при

необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;

5.3. Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

– при решении практико-ориентированных задач.

6. По разделу «Элементы математического анализа»

6.1. Знать и понимать:

Содержание понятий:

- предел и непрерывность функции;
- теоремы Вейерштрасса о непрерывных на отрезке функциях;
- производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции, производные высших порядков, дифференциал функции;
- бесконечно убывающая геометрическая прогрессия;
- первообразная, неопределенный и определенный интеграл;

6.2. Уметь:

- применять методы дифференциального и интегрального исчисления (исследовать функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций,
- строить графики с использованием аппарата математического анализа, вычислять площади и объемы через определенный интеграл);
- выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);

6.3. Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- в прикладных задачах из биологии, физики, химии, экономики и других предметных областей, связанные с исследованием характеристик процессов;

7. По разделу «Уравнения и неравенства».

7.1. Знать и понимать:

Понятия уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений.

Методы решения уравнений (приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных).

Метод интервалов для решения неравенств.

Многочлен, корень многочлена, теорема Безу, теорема Виета для уравнений степени выше второй.

Неравенства между средними степенными.

7.2. Уметь:

- определять тип и выбирать метод решения степенных, показательных, логарифмических, иррациональных, тригонометрических уравнений и неравенств и их систем;
- решать системы линейных уравнений;
- решать уравнения и неравенства с параметрами;
- использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств;
- изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;
- выполнять сбор корней уравнений или решений неравенств;
- применять функционально-графические представления для решения различных математических задач;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- проводить доказательство неравенств, применять неравенства Коши–Буняковского, Бернулли;

7.3. Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- символичный язык алгебры, приемы выполнения тождественных преобразований выражений, моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

Таким образом, задания части 1 диагностической работы охватывают основное содержание учебного предмета «Математика» в единстве содержательного и деятельностного компонентов и опираются на теорию и методику обучения математики.

Структура диагностической работы:

Каждый вариант диагностической работы состоит из 25 заданий двух видов:

- 15 заданий для оценки предметных компетенций учителя (часть 1 диагностической работы);

– 10 заданий для оценки методических компетенций учителя (часть 2 диагностической работы).

Часть 1 содержит 15 тестовых заданий пяти видов:

В диагностике представлены тестовые задания пяти видов:

1. задания закрытого типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных;
2. задания закрытого типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных (2 из 5 или 3 из 6);
3. задания закрытого типа на установление соответствия, когда количество позиций в первом столбце меньше количества позиций во втором столбце на 2 единицы, или количество позиций равно в первом и во втором столбцах;
4. задания закрытого типа на установление последовательности;
5. задания на работу визуальным рядом.

Задания части 1 направлены на оценку компетенций учителя и выявление его профессиональных дефицитов в преподаваемой предметной области.

Часть 2 содержит 10 методических заданий, представленных в виде тестовых заданий разных видов. Методические задания позволяют оценить владение учителем методическими компетенциями, необходимыми для выполнения закрепленными профессиональным стандартом «Педагог» трудовых действий, осуществляемых в процессе профессиональной деятельности по обучению и воспитанию обучающихся в соответствии с федеральными образовательными стандартами общего образования и основными образовательными программами.

Таблица 1. Общая структура диагностической работы для педагогов со стажем работы по специальности от 5 лет

Разделы диагностической работы	Количество заданий	Максимальный балл
Часть 1. Задания на оценку предметных компетенций	15	34
Уровни сложности:		
Базовый	3	3
Повышенный	5	10
Высокий	7	21
Часть 2. Задания в тестовой форме на оценку методических компетенций	10	23
Уровни сложности:		
Базовый	2	2
Повышенный	3	6
Высокий	5	15

Таблица 2. Общая структура диагностической работы для педагогов со стажем работы по специальности 0-5 лет

Разделы диагностической работы	Количество заданий	Максимальный балл
Часть 1. Задания на оценку предметных компетенций	15	26
Уровни сложности:		
Базовый	7	7
Повышенный	5	10
Высокий	3	9
Часть 2. Задания в тестовой форме на оценку методических компетенций	10	19
Уровни сложности:		
Базовый	4	4
Повышенный	3	6
Высокий	3	9

Таблица 3. Распределение заданий диагностической работы по содержанию и уровню сложности (для педагогов со стажем от 5 лет)

Номер задания	Тип задания	Уровень сложности задания	Максимальный балл
1	С одним верным вариантом ответа	базовый	1
2	На соответствие	базовый	1
3	С одним верным вариантом ответа	базовый	1
4	Установление последовательности	повышенный	2
5	На соответствие (2-3)	повышенный	2
6	Установление последовательности	повышенный	2
7	Установление последовательности	повышенный	2
8	На соответствие	повышенный	2
9	На работу с визуальным рядом	высокий	3
10	С несколькими верными вариантами ответа	высокий	3
11	На работу с визуальным рядом	высокий	3
12	На соответствие	высокий	3
13	С одним верным вариантом ответа	высокий	3
14	На соответствие	высокий	3
15	На соответствие (4-6)	высокий	3

Задания, направленные на оценку методических компетенций педагога

Номер задания	Тип задания	Уровень сложности задания	Максимальный балл
1	С одним верным вариантом ответа	базовый	1
2	На соответствие	базовый	1
3	Установление последовательности	повышенный	2
4	На соответствие	повышенный	2
5	Установление последовательности	повышенный	2
6	С несколькими верными вариантами ответа	высокий	3

7	Установление последовательности	высокий	3
8	На соответствие	высокий	3
9	Установление последовательности	высокий	3
10	На соответствие	высокий	3

Таблица 4. Распределение заданий диагностической работы по содержанию и уровню сложности (для педагогов со стажем 0 - 5 лет)

Номер задания	Тип задания	Уровень сложности задания	Максимальный балл
1	С одним верным вариантом ответа	базовый	1
2	На соответствие	базовый	1
3	С одним верным вариантом ответа	базовый	1
4	Установление последовательности	базовый	1
5	На соответствие	базовый	1
6	Установление последовательности	базовый	1
7	На соответствие (2-3)	базовый	1
8	Установление последовательности	повышенный	2
9	С несколькими верными вариантами ответа	повышенный	2
10	На соответствие	повышенный	2
11	Установление последовательности	повышенный	2
12	С несколькими верными вариантами ответа	повышенный	2
13	На работу с визуальным рядом	высокий	3
14	С несколькими верными вариантами ответа	высокий	3
15	На соответствие	высокий	3

Номер задания	Тип задания	Уровень сложности задания	Максимальный балл
1	С одним верным вариантом ответа	базовый	1
2	На соответствие	базовый	1
3	Установление последовательности	базовый	1
4	На соответствие	базовый	1
5	Установление последовательности	повышенный	2
6	С несколькими верными вариантами ответа	повышенный	2
7	Установление последовательности	повышенный	2
8	На соответствие	высокий	3
9	С несколькими верными вариантами ответа	высокий	3
10	На соответствие	высокий	3

Уровень сложности заданий определяется следующим образом:

– задания базового уровня сложности ориентированы на оценку знаний в предметной области « Математика»;

– задания повышенного уровня сложности ориентированы на оценку педагогических умений как в урочной, так и во внеурочной формах организации обучения, использовать многообразие методов, форм обучения.

– высокого уровня сложности ориентированы на оценку умений педагога работать с прикладными материалами (работа с визуальным рядом, текстовыми документами), а также сопоставлять во множественном порядке явления и процессы в своей предметной области преподавания.

Время выполнения варианта диагностической работы:

Общее рекомендованное время выполнения варианта диагностической работы

– 90 мин., в том числе:

15 мин. – время, отводимое на изучение инструкции по выполнению заданий работы;

45 мин. – время, отводимое на выполнение первой части работы;

30 мин. – время, отводимое на выполнение второй части работы.

Задания, направленные на оценку методических компетенций педагога

№ задания	Проверяемые знания	Проверяемые умения	Тип задания	Уровень сложности задания
1	Ключевые задачи по курсу геометрии «Планиметрия»	выбирать определенный способ решения геометрической задачи	С одним верным вариантом ответа	базовый
2	Основные функции, их свойства и графики по курсу «Функции»	использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей	На соответствие	базовый
3	Комбинации тел вращения и многогранников по курсу «Стереометрия»	Нахождение объемов тел в практической жизни	Установление последовательности	повышенный
4	Решение текстовых задач с помощью неравенств и их систем	извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о неравенствах представленную в текстовом виде;	С несколькими верными вариантами ответа	высокий
5	Практико-ориентированные задачи по теме «Подобие фигур, их признаки и	извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о	На работу с визуальным рядом	высокий

	свойства»	подобных геометрических фигурах, представленную на чертежах		
6	Вписанные и описанные окружности и их свойства	Умение решать задачи на комбинации фигур с окружностью	На соответствие (2-3)	повышенный
7	Элементы теории множеств и математической логики	исследовать построенные модели с использованием аппарата математической логики (истинные и ложные утверждения)	Установление последовательности	повышенный
8	Статистика и теория вероятностей, комбинаторика	Использовать методы вычисления и оценивания вероятности событий в реальной жизни	Установление последовательности	повышенный
9	Математические модели реальных ситуаций	Использовать при решении текстовых задач способы: арифметический, алгебраический, перебор вариантов, геометрический, графический	На соответствие	повышенный
10	Практико-ориентированные задачи по курсу «Стереометрия»	извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах в пространстве, представленную на чертежах	На работу с визуальным рядом	высокий
11	Уравнения. Отбор корней на заданном промежутке.	Выбирать метод решения тригонометрических, показательных, логарифмических уравнений, проводить отбор корней.	На соответствие	высокий

12	Применение математических формул в биологии, физики, химии, экономики и других предметных областях	Умение находить неизвестную величину в заданной формуле	С одним верным вариантом ответа	базовый
13	Задания с параметрами	решать уравнения и неравенства с параметрами алгебраическим и графическим методами	С одним верным вариантом ответа	высокий
14	Элементы математического анализа: производная функции	применять методы дифференциального исчисления	На соответствие	высокий
15	Неравенства и их виды	Выбирать метод решения тригонометрических, показательных, логарифмических неравенств	На соответствие (4-6)	высокий

**Демонстрационный вариант диагностической работы
для проведения исследования предметных и методических компетенций
педагогов по учебному предмету «Математика»
Содержание диагностической работы**

Часть 1. Задания для оценки предметных компетенций

Вопрос №1.

Острые углы прямоугольного треугольника равны 85° и 5° . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

Вопрос №2.

На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией.



Определите по рисунку соответствие между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами за указанный период и в ответе укажите их разность значений.

Вопрос №3.

Используя фрагмент текста определите на сколько отличается вес тела массой 3456 кг на экваторе, где расстояние до оси вращения примерно равно 6360000 м, от веса тела на северном полюсе, где расстояние до оси вращения примерно равно нулю?

- * А теперь, ребята, посмотрите внимательно на рисунок. Что вы видите? (ускорение в разных точках земного шара различно: на полюсах оно больше. Так же ускорение свободного падения различно и на разных планетах. На Луне, например, ускорение свободного падения в 6 раз меньше, чем на Земле. Поэтому ваш вес на Луне будет в 6 раз меньше вашего земного веса.)
- * — Запомните: чем больше ускорение свободного падения, тем больше вес тела. КЛИК
- * На Земле ускорение свободного падения — это стандартная величина, поэтому необходимо определить массу тела, чтобы найти его вес. — ускорение вы будете принимать за 9,8 Н/кг или примерно 10 Н/кг.
- * Итак, вес тела зависит от массы и ускорения свободного падения (если мы измеряем на другой планете). Поэтому вес находящегося тела или тела движущегося с постоянной скоростью (равномерно и прямолинейно), определяется по формуле:

Чем больше ускорение свободного падения, тем больше вес тела.
т.е. $P = mg$

$$P = mg - \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

где - m масса тела в кг, R — расстояние до оси вращения, T= 86400 с. — период обращения земли вокруг собственной оси. (π=3).

Вопрос №4.

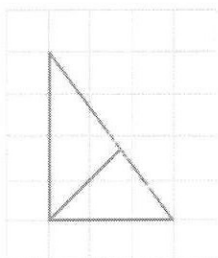
Цилиндрический мазутный резервуар с радиусом основания 8 м, после обвязки обмуровывают таким образом, что получился прямоугольный параллелепипед объемом 2560 м^3 .

Найти высоту резервуара? Укажите в каких единицах измерения выражен правильный ответ.

- | | |
|--------|-----------------|
| 1) 140 | А) сантиметры |
| 2) 100 | В) метры |
| 3) 120 | С) миллиметры |
| 4) 160 | Д) другой ответ |

Вопрос №5.

Вычислите сумму радиусов описанной и вписанной окружностей прямоугольного треугольника, если треугольник изображён на клетчатой бумаге с размерами клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в см.



Укажите верные формулы для выполнения данного задания:

1. $R+r = (a-b) / 2$
2. $R = c / 2, \quad r = (a+b-c) / 2$
3. $r = S / (a+b+c), \quad R = (a*b*c) / S$

Вопрос №6.

В классе учатся 20 человек, из них 13 человек посещают кружок по истории, а 10 человек — кружок по математике. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных. В этом классе:

- А) если ученик не ходит на кружок по истории, то он обязательно ходит на кружок по математике;
- Б) найдутся хотя бы два человека, которые посещают оба кружка;
- В) нет ученика, который не посещает ни кружок по истории, ни кружок по математике;
- Г) не найдётся 11 человек, которые посещают оба кружка.

Вопрос №7.

В небольшом магазине работают два продавца - Василий и Сергей. Каждый из них может быть занят с клиентом с вероятностью 0,4. При этом они могут быть заняты одновременно с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайно выбранный момент времени занят только Василий, а Сергей свободен.

Вопрос №8.

По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следует скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 80 км/ч и 40 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 350 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 24 секундам. Укажите соответствие между длиной поезда в метрах и количеством вагонов, если размерами сцепок можно пренебречь. (Длина каждого вагона 15 метров).

1) 300 м – 20 вагонов;

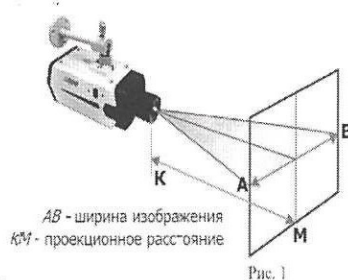
2) 450 м – 30 вагонов;

3) 330 м – 22 вагонов;

4) 420 м – 28 вагонов.

Вопрос №9.

Чтобы правильно установить проектор, необходимо определить проекционное расстояние. Проекционное расстояние – это расстояние от объектива проектора до экрана (рис. 1).



Чем больше проекционное расстояние проектора, тем больше размер изображения. Расчёт проекционного расстояния позволяет получить необходимое по размеру изображение. Вычислить данное расстояние можно, зная проекционный коэффициент проектора. Проекционный коэффициент проектора – это отношение проекционного расстояния к ширине проецируемого изображения.

В таблице даны размеры проецируемого изображения на экран, которые достигаются расположением проектора, установленного в классе, на определённом расстоянии от экрана.

Каким будет размер диагонали проецируемого изображения (в дюймах) при расположении проектора на расстоянии 2,6 м от экрана? Результат округлите до целого.

Проекционное расстояние (м)	Размер изображения	
	Диагональ (дюймы [*])	Ширина x Высота (см)
1.5	38	76x57
2.0	50	102x76
2.5	63	127x95
3.0	75	152x114

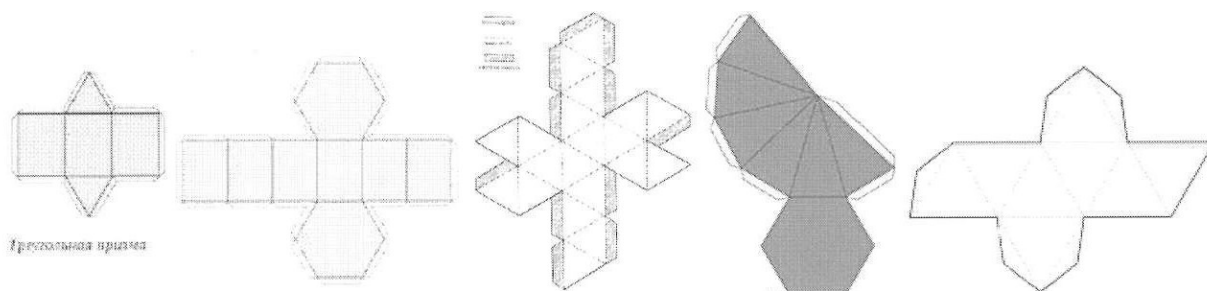
*Для справки: 1 дюйм ≈ 2,54 см.

Вопрос №10.

Слава и Костя зашли в пекарню, где продавались только вафли и печенье, стоившие целое число рублей. Слава купил 7 вафель и 3 печенья, потратив менее 250 рублей, а Костя купил 3 вафли и 4 печенья, потратив больше 200 рублей. Назовите две самые высокие, возможные цены одной вафли.

Вопрос №11.

Сколько понадобится грунта для посадки растений в арт- объект в виде формы шестиугольной правильной пирамиды, сторона основания которой равна 2 м, а боковое ребро равно 4м. Ответ дайте в кубических метрах. Развертка арт- объекта изображена на рисунках.



1) (0,5; 1)

2) (4; 6)

3) (-4; -2)

4) (0; 0,5)

Вопрос №12.

Найдите наименьший положительный корень уравнения $\cos \frac{\pi(4x-7)}{3} = -\frac{1}{2}$.

Укажите промежуток, которому принадлежит найденный корень.

1) (0,5; 1)

2) (4; 6)

3) (-4; -2)

4) (0; 0,5)

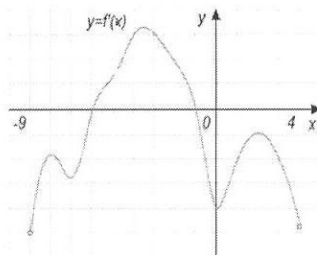
Вопрос №13.

Один из корней полного квадратного уравнения в 5 раз меньше другого.

Найдите отношение $15b^2/ac$.

Вопрос №14.

На рисунке изображен график производной функции, определенной



на интервале $(-9; 4)$.

Сопоставьте количество точек, в которых касательная к графику функции, параллельна данной прямой или совпадает с ней с уравнением вида $y = kx + b$:

№	Кол-во точек	№	$y = kx + b$:
1.	3	A.	$y = 2x - 15$
2.	2	B.	$y = 9 - 3x$
3.	4	C.	$y = -2x - 15$
4.	6	D.	$y = 9 - x$

Выберите верный вариант ответа: 1) A2B3C4D1

2) A2B4C1D3

3) A1B4C2D3

Вопрос №15.

Укажите соответствие между областью определения функции $f(x) = \sqrt[4]{\frac{\log_1(x+1)}{x^2 + 4x + 3}}$.

и указанными промежутками:

1) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$

2) $\left(0; \frac{1}{4}\right]$

$$3) \left[-\frac{1}{4}; 0 \right) \cup \left(0; \frac{1}{4} \right].$$

$$4) \left[-\frac{1}{2}; 0 \right) \cup \left(0; \frac{1}{2} \right].$$

Часть 2. Задания для оценки методических компетенций

№ задания	Проверяемые знания	Проверяемые умения	Уровень сложности задания
1	Содержание и развитие учебного предмета «Математика» и методик обучения учебному предмету	разрабатывать и применять современные педагогические технологии обучения	базовый
2	Нормативные документы материалы обновленных ФГОС ООО и СОО	обеспечивать реализацию внеурочной деятельности	базовый
3	Содержание и развитие учебного предмета «Математика» и методик обучения учебному предмету	разрабатывать и применять современные педагогические технологии обучения	повышенный
4	Психолого-педагогические, возрастные и иные индивидуальные особенности обучающихся, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями. Современные инклюзивные технологии обучения	разрабатывать и применять современные педагогически обоснованные инклюзивные технологии обучения	повышенный
5	Содержание ФОП в обновленных ФГОС СОО, СОО	обеспечивать реализацию учебных планов одного или нескольких <i>профилей обучения</i>	повышенный
6	Содержание учебного предмета «Математика»	Реализовывать педагогическое оценивание деятельности, применять инструментарий объективной оценки образовательных результатов	высокий
7	Содержание учебного предмета «Математика»	разрабатывать и применять современные методические технологии обучения ФГОС ООО	высокий

8	Содержание учебного предмета «Математика»	разрабатывать и применять современные методические технологии обучения ФГОС СОО	высокий
9	Психолого-педагогические, возрастные и иные индивидуальные особенности обучающихся, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями. Современные инклюзивные технологии обучения	разрабатывать и применять современные педагогически обоснованные инклюзивные технологии обучения	высокий
10	Содержание учебного предмета «Математика»	Реализовывать педагогическое оценивание деятельности, применять инструментарий объективной оценки образовательных результатов	высокий

Вопрос №1

Тип и структура урока математики не определяются:

1. дидактическими задачами урока;
2. местом урока в расписании;
3. местом урока в системе уроков по теме.

Вопрос №2

Укажите по каким направлениям развития личности организуется внеурочная деятельность:

1. спортивно-оздоровительное;
2. духовно-нравственное;
3. социальное;
4. общеинтеллектуальное;
5. общекультурное.

Вопрос №3

Найти число, 70% которого равно $(3\sqrt[3]{320} - 2\sqrt[3]{40}) : 2\sqrt[3]{5}$.

Укажите верную последовательность действий при преобразовании данного числового выражения:

- 1) выполнить действия в скобках;
- 2) выполнить деление степеней;
- 3) применить закон $(a-b) : c = a : c - b : c$;
- 4) вынесение множителя из - под знака корня;
- 5) внесение множителя под знак корня.

Выберите все возможные последовательности действий.

Вопрос №4

Представьте, что в классе, где Вы преподаете, есть слабослышащий ученик. Предложите те методические приемы, которые необходимо применять педагогу на занятии, учитывая низкий темп переключения внимания ребенка с нарушенным слухом:

1. Учитель стоит лицом к классу и произносит слова глядя на обучающихся;
2. Учитывать местоположение учителя относительно ученика с нарушением слуха;
3. При проведении урока учитель отдает предпочтение групповой форме работы
4. При проведении урока учитель отдает предпочтение работе в парах;
5. Использование плакатов, презентаций, опытов, обеспечивающих полисенсорную основу восприятия информации

Вопрос №5

На уровне среднего общего образования образовательная организация обеспечивает реализацию учебных планов одного или нескольких *профилей обучения*:

1. *технологического,*
2. *естественно-научного,*
3. *гуманитарного,*
4. *социально-экономического,*
5. *универсального,*
6. *общеобразовательного.*

Вопрос №6

Оцените предложенное решение геометрической задачи, согласно ниже приведенным критериям:

Критерии оценивания

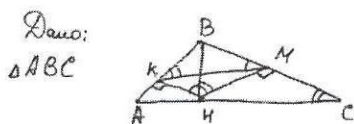
Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обосновано получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Обосновано получен верный ответ в пункте <i>b</i>	2

ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обосновано получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH . Из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры HK и HM соответственно.

а) Докажите, что треугольник MVK подобен треугольнику ABC .

б) Найдите отношение площади треугольника MVK к площади четырехугольника $AKMC$, если $BH = 3$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 4.



а) четырехугольник $BCHK$ вписан, т.к., $\angle BKH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BHM = \angle BKM$
 $\angle MHC = 30^\circ - \angle MHB$
 $\angle MCH = 30^\circ - \angle MHC = \angle HMB = \angle MKB$
 Таким образом, $\triangle BKM$ подобен $\triangle ABC$ по двум углам ($\angle ABC$ -
 общий)

б) По теореме синусов:

$$\frac{AC}{\sin B} = 2 \cdot 4 \Rightarrow AC = 8 \sin B$$

$$S_{\text{площадь } \triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 \sin B = 12 \sin B$$

Рассмотрим окруж., описанную вокруг $\triangle BKM$ (она же
 описана вокруг $BMKH$): $\angle BKH = 90^\circ \Rightarrow BH$ - ее диаметр \Rightarrow
 \Rightarrow ее радиус равен 1,5.

По т. синусов:

$$\frac{MK}{\sin B} = 2 \cdot 1,5 \Rightarrow MK = 3 \sin B$$

$$\text{коэф. подобия } k = \frac{MK}{AC} = \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$$

S_1 - площадь $\triangle MBK$, S_2 - площадь $\triangle KMC$

$$\frac{S_1}{S} = k^2 = \frac{1}{16} \quad S_1 = \frac{S}{16}$$

$$S = S_1 + S_2 \Rightarrow S_2 = S - \frac{S}{16} \Rightarrow \frac{S_2}{S} = \frac{15}{16}$$

Вопрос №7

Укажите верную последовательность основных видов деятельности учащихся при изучении
 темы «Зависимости между величинами», если:

- A. распознавать линейные и квадратные неравенства;
- B. моделировать реальные зависимости с помощью формул и графиков;
- C. распознавать прямую и обратную пропорциональные зависимости;
- D. решать текстовые задачи на прямую и обратную пропорциональные зависимости (в том числе с контекстом из смежных дисциплин, из реальной жизни);
- E. составлять формулы, выражающие зависимости между величинами, вычислять по формулам.

Вопрос №8

Найдите значение выражения $96 \cdot \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{6} \cdot \left(\sin^2 \frac{\pi}{12} - \cos^2 \frac{\pi}{12} \right)$

Выберите формулы, которые не могут быть использованы для выполнения данного задания:

1. формулы понижения степени;
2. формулы двойного аргумента;
3. формулы суммы или разности двух аргументов;
4. универсальная тригонометрическая подстановка;
5. формулы сокращенного умножения;
6. формулы преобразования произведения в сумму.

Вопрос №9

Психолого-педагогическое сопровождение обучающегося осуществляется по инициативе образовательной организации специалистами психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) в случае, если:

1. ребенок нуждается в разработке индивидуального образовательного маршрута по результатам обследования психолого-медико-педагогической комиссии;
2. ребенок является инвалидом;
3. возникает необходимость учета особых образовательных потребностей ребенка, требующих разработки индивидуальной образовательной программы и создание специальных образовательных условий ее реализации.

Вопрос № 10

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 2x - y - 2)\sqrt{x+3}}{\sqrt{5-x}} = 0, \\ x + y - a = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Укажите возможную последовательность вопросов и заданий для учащихся, которые направлены на поиск решения данной задачи.

1. Сформулируйте на языке графиков требование данной задачи: что означает фраза «система уравнений имеет ровно три различных решения» на графическом языке?
2. Какое множество на плоскости задает первое уравнение?
3. Какое множество на плоскости задает второе уравнение?
4. Найдите область определения первого уравнения. Что означает выполнение полученного неравенства для графиков получаемых зависимостей и для ответа на заданный вопрос?
5. Постройте график первого уравнения
6. Постройте график второго уравнения
7. Найдите и постройте такие положения прямых (второе уравнение), которые имеют с графиком первого уравнения ровно три общие точки.
8. Найдите соответствующие значения параметра a .